

INTRODUCTION ...

3 à 5 % de la population scolaire souffre de
difficultés sévères en mathématique ...

Quelles sont ces difficultés ...

- ?
- ?
- ?
- ?

Quelles sont ces difficultés ...

- Apprentissage du nom des nombres et transcodage
- Alignement des chiffres et placement dans la bonne position pour écrire un nombre complexe : 1001 pour écrire 101 .
- Mémorisation des tables, ce qui a de lourds impacts pour la résolution de problèmes
- Compréhension des énoncés de problèmes (réussis quand ils sont donnés à l'oral)

Apports des neurosciences ...

Existence dans le cerveau de deux capacités
primitives ...

La première

- La possibilité de déterminer la numérosité de petits ensembles de 1 à 4 éléments

(cf Ameisen : 12'41 à 18'31)

La deuxième ...

- **La capacité à évaluer et à comparer de grandes quantités continues (longueur, volume, intensité) et des quantités discrètes (collections de jetons, de voitures ...) .**
- Cette capacité suffit pour percevoir les effets de transformations (ajout, retrait, partage mais sans opérations) .

Elle manque de précision mais elle suffit à certaines performances .

Elle est universelle .

Les activités numériques se grefferaient sur cette capacité primitive analogique .

Finalemment les situations d'ajout et de retrait de
comparaison ne posent pas problème ...

Le premier problème qui se pose, c'est le passage au
symbolique ...
?

La mise en correspondance de quantités avec des systèmes de symboles : suite orale des noms des nombres, configurations des doigts, abaques ou chiffres arabes ... **pose problème à tous les enfants ...**

La connaissance de la suite des noms des nombres
est une des composantes de l'apprentissage ...

Mais l'activité primordiale est ...

... c'est le dénombrement :

Utilisation des doigts, manipulations dans des situations diverses, emploi du langage ou non ...

Avec des quantités de plus en plus élevées ...

La deuxième difficulté est le passage des transformations (analogiques) aux opérations (symboliques) ...

?

Le fait qu'ils perçoivent intuitivement les transformations laissent penser, à tort, qu'ils maîtrisent les opérations ...

Les situations problèmes proposées sont trop souvent limitées (ajout = addition, retrait = soustraction) et n'incitent donc pas à une conception mature des opérations ...

Exemple :

Jean avait des billes . Il en a perdu 18 à la
récréation, il lui en reste 27 . Combien en avait-il
avant de commencer à jouer ?

Des chercheurs ont montré que les enfants les plus faibles se limitent à une conception stéréotypée des opérations ...

Parfois la compréhension est rapide, ce sont les apprentissages de procédures qui demandent le plus d'efforts ...

CONCLUSION ...

Par rapport au nombre :

Mettre en place des situations qui vont :

- construire le nombre dans ses dimensions ordinale, cardinale et symbolique .
- faire comprendre le fonctionnement du système de numération .

Par rapport aux problèmes et aux opérations :

- mettre en place des situations problèmes qui vont travailler une opération dans toutes ses dimensions
- automatiser les procédures de calcul afin de libérer la mémoire pour la compréhension des problèmes

Fin de la 1ère partie ...

Les 5 types de situations travaillant la
numération ...

?

Les 5 types de situation ...

- **Les situations d'échange pour travailler l'écriture chiffrée d'un nombre**
- **Les situations de groupements**
- **Les situations amenant à repenser les groupements par rapport aux échanges**
- **Les situations abordant le point de vue algorithmique (dans les deux systèmes de numération oral et écrit)**
- **Les situations d'exploration des règles de la numération orale et de mise en relation avec la numération de position**

Les 5 types de situations travaillant la numération ...

- **Les situations d'échange pour travailler l'écriture chiffrée d'un nombre :**

Exemples : ...

Les 5 types de situations travaillant la numération ...

- **Les situations d'échange pour travailler l'écriture chiffrée d'un nombre :**

Exemples :

- le jeu du banquier (un contre cinq, un contre dix),
- la monnaie
- les abaques
- les bouliers

Les 5 types de situations travaillant la numération ...

- **Les situations de groupements :**
Exemples : ...

Les 5 types de situations travaillant la numération ...

- **Les situations de groupements :**

Construire des stratégies pour dénombrer des collections de 60 à 100 au CP, de plusieurs centaines, voire milliers d'objets au CE .

Elles montrent aux enfants que les paquets de 10 puis les paquets de paquets permettent d'encoder facilement le nombre .

L'évolution va de collections réelles aux collections représentées .

Les 5 types de situations travaillant la numération ...

- **Les situations amenant à repenser les groupements par rapport aux échanges :**
Exemple : ...

Les 5 types de situations travaillant la numération ...

- **Les situations amenant à repenser les groupements par rapport aux échanges :**

Amener les élèves à lire dans l'écriture d'un nombre des informations liées aux échanges ou aux groupements .

Exemple : les carnets de timbres (vendus par 10)

« Paul a besoin de 260 timbres . Combien de carnets doit-il acheter ? » .

Les 5 types de situations travaillant la numération ...

- **Les situations abordant le point de vue algorithmique (dans les deux systèmes de numération oral et écrit) :**

Exemples : ...

Les 5 types de situations travaillant la numération ...

Les situations abordant le point de vue algorithmique (dans les deux systèmes de numération) :

- Les activités avec les compteurs (chiffres et mots),manuel ou mécanique
- Les activités avec les calculatrices (pour écrire des suites de nombres), trouver des périodes ...
- le jeu du furet (compter de 1 en 1, en un temps chronométré ...), à l'oral, à l'écrit .
- les jeux de points ...

Les 5 types de situations travaillant la numération ...

(algorithme, suite)

- les concours de chemin des nombres : construire le chemin des nombres le plus long possible dans un temps chronométré ...
- les spirales de nombres .
- les jeux de avant-après
- les jeux de bataille .
- les rangements de nombres (valeur des chiffres du nombre pour ranger)
- les tableaux de nombres (jeu du château, compléter des tableaux ...)

Les 5 types de situations travaillant la numération ...

- **Les situations d'exploration des règles de la numération orale et de mise en relation avec la numération de position (chiffrée) :**

Exemples : ...

Les 5 types de situations travaillant la numération ...

- Remarques :
- **Les deux systèmes fonctionnent différemment, les règles d'écriture et de lecture ne sont pas les mêmes : 9 chiffres mais plusieurs mots-nombres .**
- **Le système oral** utilise des mots nombres pour les premières puissances de 10, puis il utilise mille comme base auxiliaire ...
- Une seconde irrégularité : les mots-nombres de 11 à 16
- Une troisième irrégularité : le nom des dizaines : on dit cent, deux cent, mille, trois mille mais on dit vingt, trente, ...

Autant de difficultés pour l'apprentissage ...

Les 5 types de situations travaillant la numération ..

Remarques :

- **Le système écrit est régulier :**

Pour trouver le successeur d'un nombre écrit, prendre le successeur du chiffre de droite .

R1 : si ce successeur n'est pas 0, alors le procédé est terminé ;

R2 : si ce successeur est 0, alors il faut prendre le successeur du chiffre immédiatement à gauche et utiliser à nouveau R1 ou R2 .

Les périodes de 10 et 100 jouent des rôles importants .

Pour une écriture à 2 chiffres, dans la suite des successeurs, selon une période de 10, on obtient le même chiffre de droite : 24, 34, 44, 54 ...

Les 5 types de situations travaillant la numération ...

- **Les situations d'exploration des règles de la numération orale et de mise en relation avec la numération de position**

Exemples :

- La dictée de nombres
- Le dictionnaire des nombres
- Comparer deux compteurs (peut se jouer à deux : 1 compteur à chiffres, des cartes nombres, démarrage indifférent ...)
- Simuler un compteur manuel permettant d'écrire les nombres avec des mots .
- Combien de chiffres, combien de mots ? Et inversement ...
(sur ardoise)
- Ecrire avec des chiffres ce que l'on entend
- Jeu des 7 familles

Comparer 2 compteurs ...

0	Zéro
1	Un
2	Deux
3	Trois
....
69	Soixante-neuf
70	Soixante-dix
71	Soixante-et-onze
72	Soixante-douze

Simuler un compteur manuel ...

- Simuler un « compteur manuel » permettant d'écrire les nombres avec des mots

L'activité¹¹ est proche de la précédente. Un nombre n est écrit avec des mots (cartes), par exemple :

Quelle(s) carte(s) faut-il changer pour écrire avec des mots le prédécesseur $n-1$ de ce nombre ?

Quelle(s) carte(s) faut-il changer pour écrire le successeur $n+1$ de ce nombre ?

Quelle(s) carte(s) faut-il changer pour écrire le nombre $n+10$?

Quelle(s) carte(s) faut-il changer pour écrire le nombre $n+100$?

Quelle(s) carte(s) faut-il changer pour écrire le nombre $n+1000$?

Quelle(s) carte(s) faut-il changer pour écrire le nombre $n+10n$?

Quelle(s) carte(s) faut-il changer pour écrire le nombre $nx10$?

Quelle(s) carte(s) faut-il changer pour écrire le nombre $nx100$?

Quelle(s) carte(s) faut-il changer pour écrire le nombre $nx1000$?

Quelle(s) carte(s) faut-il changer pour écrire le nombre $nx10n$?

Deux mille trois cent vingt quatre

Le professeur fait repérer les régularités et les ruptures dans les écritures ainsi générées. En particulier, il attire l'attention de l'élève sur les variations de la longueur de ces écritures ; il fait repérer des règles locales.

La simulation d'un compteur permet aussi d'étudier les variations des écritures quand on ajoute une unité au nombre de départ, et ce plusieurs fois de suite.

Les 5 types de situations travaillant la numération ...

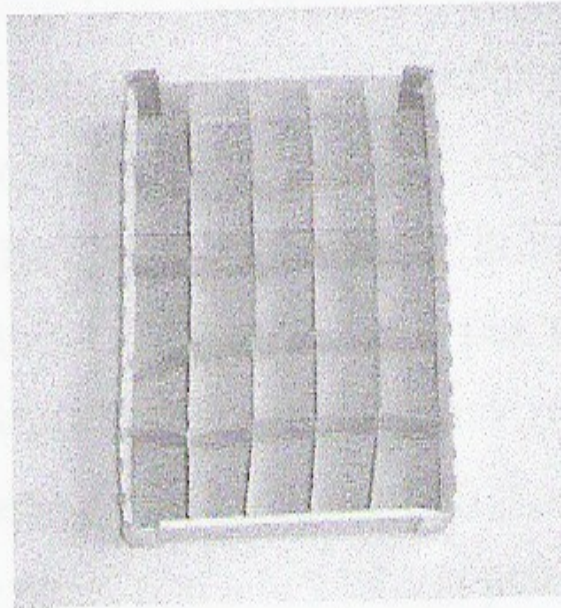
Remarques :

- L'enfant de CP doit apprendre les 2 systèmes et acquérir des automatismes, comme par exemple : écrire « 80 » en entendant quatre vingts ...

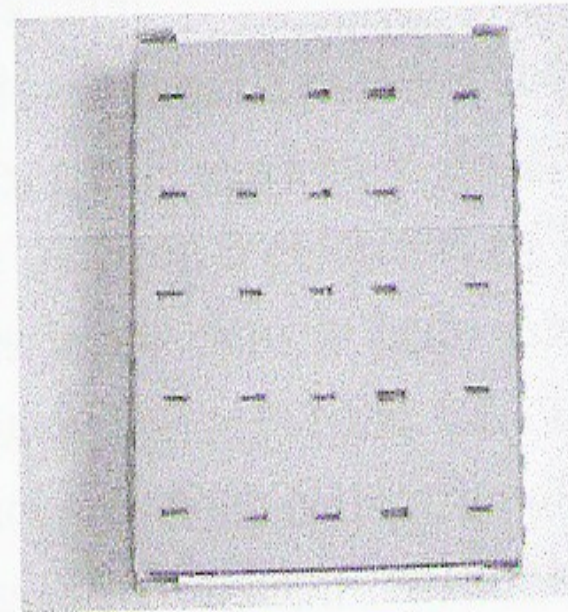
Fin 2ème partie ...

La numération en maternelle...

Exemple de jeu ...



boîte ouverte : les cases



boîte fermée : les fentes

Principe ...

- L'élève a des jetons à sa disposition et doit remplir la boîte ...

Paramètre didactiques :

Paramètres didactiques ...

- La boîte peut être ouverte ou fermée (jetons visibles ou invisibles, procédures différentes)
- Les cases sont fixes ou mobiles
- Procédures de marquage ou pas ...
- Taille de l'espace : toutes les cases dans le champ de vision ou disséminées dans la salle...

Point sur la numération en maternelle ...

C'est ...

- Dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus .
- Mémoriser la suite des nombres
- Associer le nom de nombres connus avec leur écriture chiffrée .

Dénombrer une quantité en utilisant la suite orale
des nombres ...

Littéralement : extraire le nombre de ...

2 concepts sous-jacents ...

- Le concept de collection : ensemble d'objets unis par une propriété commune .
- Le concept de désignation : remplacer un objet par un symbole, le nombre mémoire du cardinal de la collection .

Pourquoi dénombrer ?

Les fonctions du nombre ...

- ?
- ?
- ?

Les fonctions du nombre ...

- Pour mémoriser les quantités
- Pour conserver la mémoire du rang
- Pour anticiper

Comment dénombrer ?

L'énumération ...

Ce que l'élève doit savoir faire ...

- L'élève doit pointer une et une seule fois tous les éléments de la collection (procédures dépendantes de la collection : séparation, mise en ligne, pointage sur une feuille, chemin mental ou matérialisé ...)
- L'élève doit connaître la chaîne orale .
- L'élève doit synchroniser le pointage et la récitation des mots nombres .
- L'élève doit faire abstraction des propriétés .
- L'élève doit comprendre que le dernier mot nombre prononcé correspond au cardinal de la collection .

Mémoriser la suite des nombres ...

Les comptines ...

A faire varier : voir typologie ...
(CDDP du haut Rhin)

D'autres activités pour approfondir les compétences liées à la chaîne orale :

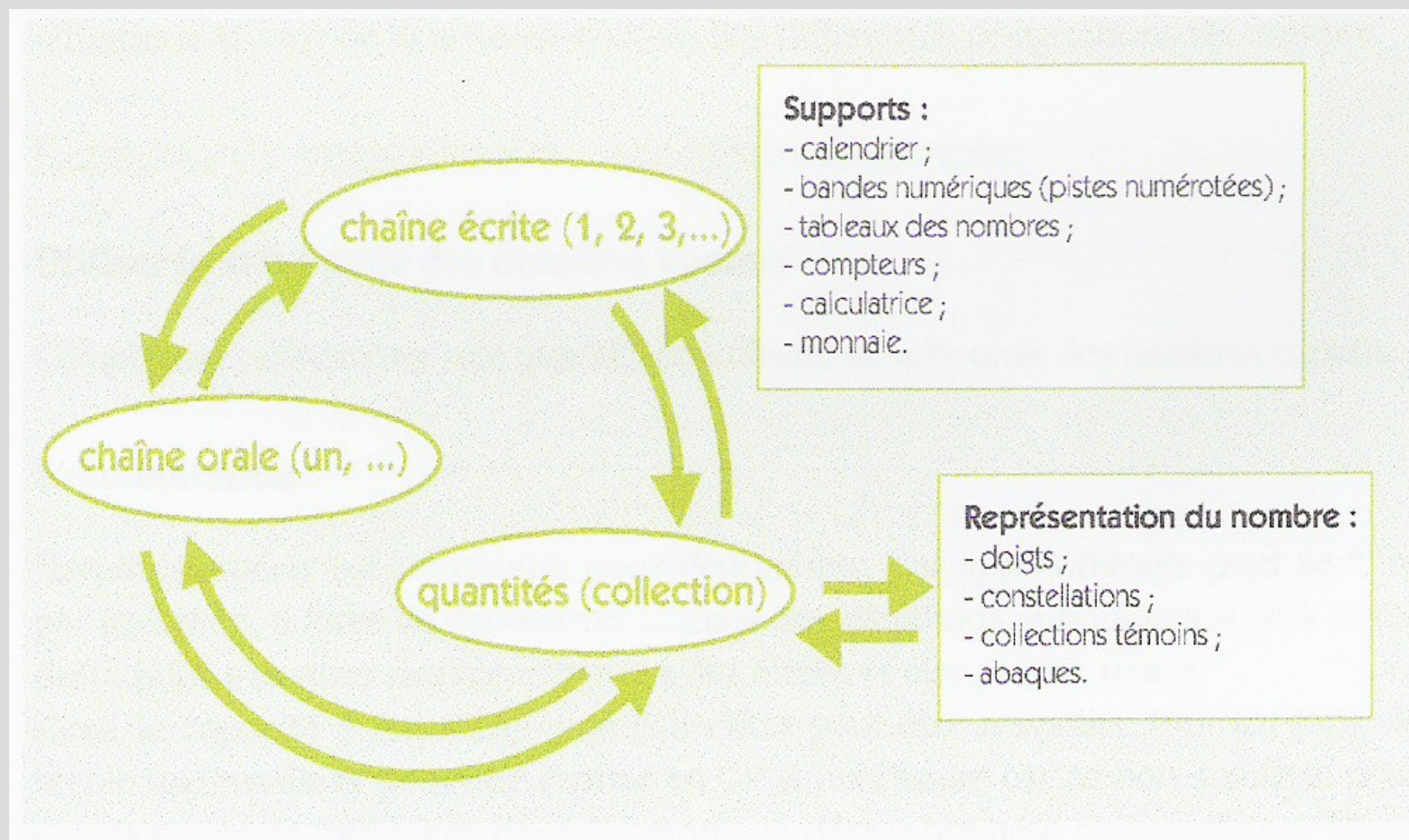
- Le maître ou la marionnette qui se trompe : trouver l'erreur
- Le jeu du tambour : trouver le nombre manquant
- Le filet : décider d'un nombre, baisser le filet .
- Le jeu de l'escalier ou de la piste (réel ou représenté) : se déplacer de un en un, de deux en deux ...
- **Le jeu du comptage minuté : nombre de départ, nombre d'arrivée, donner un temps avec un minuteur, toute la classe participe ... à l'endroit, à l'envers ...**
- Commencer la comptine à n'importe quel nombre (pratique du surcomptage)
- Etc ...

Associer le nom de nombres connus avec leur
écriture chiffrée ...

Activités possibles :

- Fréquentation de supports : tout type de calendriers (sens du nombre et structuration du temps)
- Les jeux comme les lotos, les dominos numériques, les memory, les jeux de piste et de dés ...
- **Le recours aux bandes numériques, tableaux divers, pour trouver l'écriture d'un nombre . La bande numérique permet de faire un lien entre ordinalité et cardinalité .**

Relations entre les différentes formes de représentations du nombre et les quantités ...



Fin de la 3ème partie ...

Du comptage au calcul ...

(d'après le guide éducol « Le nombre au cycle 2 »)

Un des enjeux du cycle 2 est d'amener les élèves à passer de stratégies de comptage à des stratégies de calcul...

Mais comment ?

Exemple de la roue de la fortune ...

Quels paramètres ?
Quelles procédures attendues ?

Exemple du jeu de piste ...

Quels paramètres ?
Quelles procédures ?

Un paramètre didactique : la taille des nombres ...

- 2 petits nombres : recomptage sur les doigts
reconnaissance visuelle globale
- Un grand nombre et un petit : surcomptage, décomptage
- 2 grands nombres : utilisation de la numération (groupements des paquets de 10) ou calcul
- Nombres dans le champ numérique des tables : utilisation du calcul
- Nombres multiples de 10 : extrapolation des résultats connus avec utilisation de la numération

Autres paramètres didactiques pour le jeu de piste ...

- La piste peut être blanche ou numérotée : nombres en chiffres ou différentes représentations ...
- Le domaine numérique éloigné .
- Les contraintes sur les cases de piste : gain ou perte d'objets, règles de déplacement des pions, tâches à réaliser (calculs)
- Les règles pour avancer ou reculer : lancer de dés (numérotés ou avec signe + ou -), tirage de cartes nombres ...

D'autres paramètres ...






- Les dés :
 - * avec constellations : comptage, surcomptage, reconnaissance globale, résultats connus ...
 - * ou chiffres : mêmes stratégies
 - * en 1 jet : comptage
 - en 2 jets : surcompage, mémorisation obligatoire

D'autres paramètres ...

- Le passage de la situation vécue à la situation représentée à la situation évoquée ...

Paramètre didactique : le dé !

— que la procédure est trop coûteuse pour être utilisée.

Variable		Recomptage		Surcomptage	Calcul
		direct	en passant par les doigts		
		++		+	+
	puis 	-	+	++	+
	5	-	+	++	+
6	6	-	-	+	++

Le calcul mental ...

Le calcul mental : champ d'expériences riches pour
la construction du nombre et des opérations ...

Impact pour la résolution de problèmes numériques
standards ...

Paradoxe de l'automatisme ...

Différence entre procédure automatisée et
automatisme ...

Une procédure automatisée est restituée par un élève
pour effectuer un calcul sans que celui-ci la
reconstruise ...

Un automatisme peut recouvrir 2 formes ...

Automatisme ...

- Ensemble de procédures automatisées mises en mémoire et ayant fait l'objet d'un apprentissage
- Utilisation systématique d'une même procédure quelles que soient les données numériques du calcul à effectuer ...

Exemple ...

Procédures pour résoudre $45 + 17$?

- ?
- ?
- ?
- ? ...

Procédures pour résoudre $45 + 17$?

- Opération « posée dans la tête »

- Décomposition canonique :

$$45 + 10 + 7 = 55 + 7 = 62$$

$$40 + 5 + 10 + 7 = 50 + 12 = 62$$

- Décomposition de l'un des termes pour un passage à 10 :

$$45 + 5 + 12 = 62$$

$$45 + 15 + 2 = 60 + 2 = 62 \dots$$

- Décomposition soustractive :

$$45 + 20 - 3 = 62$$

etc ...

Paramètres didactiques pour le calcul mental ...

- Calcul écrit ou pas ...
- Procédures intermédiaires ou pas ...

Les problèmes, vecteurs de calcul ...

Comment favoriser la mise en place de procédures de résolution ?



Quelques principes pédagogiques ...

- Dès la GS, entraîner les enfants au passage de la situation vécue à des représentations (verbales, dessinées, schématiques et numériques)
- Au CP, il s'agira de faire comprendre que l'énoncé d'un problème représente l'habillage particulier d'une histoire que d'autres auraient pu vivre
- Dépasser le stade de l'action pour s'engager dans le stade de la conceptualisation
- Il est important de mener un travail spécifique sur l'énoncé texte lui-même .

Les aides à la résolution : l'énoncé ...

- Clarifier le contexte et les références culturelles par :
 - * des échanges verbaux
 - * le recours au mime
 - * la production de dessins ou de croquis de façon différenciée ...

Les aides à la résolution : le calcul ...

- Rendre l'élève capable de replacer le problème dans une catégorie .

Qu'est-ce que la catégorisation des problèmes ?

L'automatisation du processus de reconnaissance n'est effective que si l'élève parvient à associer une opération à n'importe quelle situation nécessitant cette opération

Ces conditions impliquent que l'élève ait été
confronté à la diversité des situations additives
regroupant addition et soustraction

- Entraîner les enfants à la catégorisation des problèmes ... pourquoi ? Comment ?